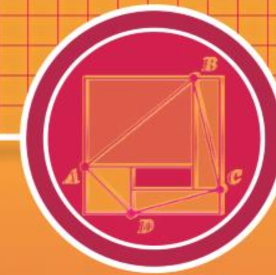
ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$$



Развиваем, сохраняя традиции...

МАТЕМАТИКА

Единая система обучения математике на основе преемственности основной и старшей школы

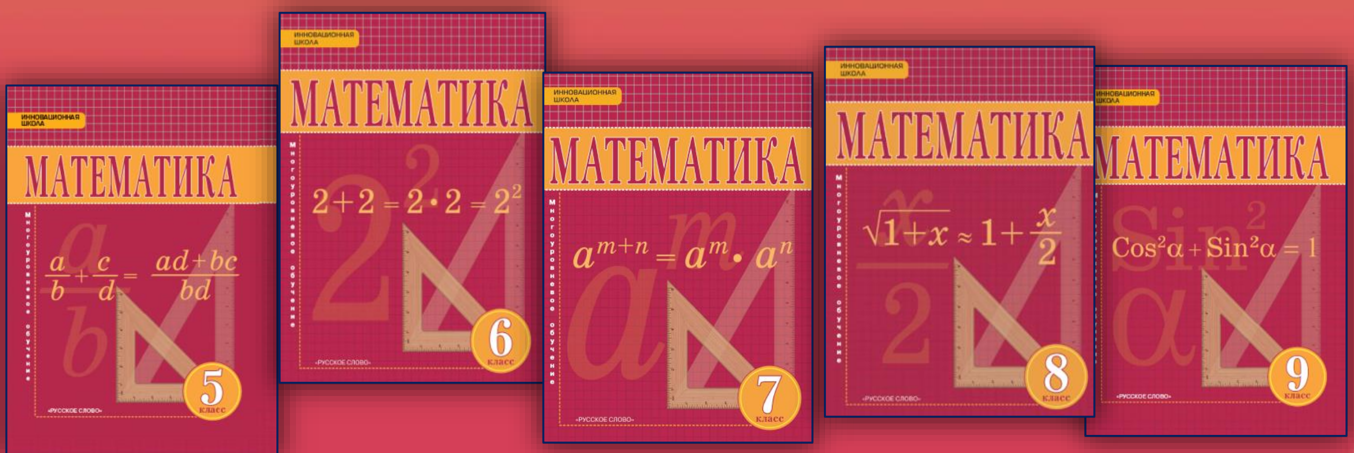
5-11 классы

РУССКОЕ-СЛОВО.РФ

Математика. 5-9 и 10-11 классы

Под редакцией

- **директора Математического института им. В.А. Стеклова, академика РАН В.В. Козлова,**
- **директора Института педагогических исследований одарённых детей (РАО), академика РАО А.А. Никитина**



Основная школа

Старшая школа
Базовый
и углублённый уровни

Данный УМК - единственный, созданный в соответствии с принятой Концепцией развития математического образования в РФ.

ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА

Особенности УМК «Математика» для 5-9 и 10-11 классов

Единая концепция курса

- **Математика – единая наука:** арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия, начала анализа и т.д., являются зависимыми друг от друга дисциплинами.
- Математика тесно связана с различными науками.
- Математика является важным элементом общей человеческой культуры и одним из видов искусства.
- Математика имеет свои законы развития…
- Обучение по «спирали».
- Несколько уровней требований к знаниям и умениям.

Мини-исследования к главе

Мини-исследование 1

Пусть P обозначает множество положительных действительных чисел. В качестве исходных свойств упорядочения в множестве действительных чисел примем следующие:

1. Для всякого действительного числа x либо $x \in P$, либо $x = 0$, либо $-x \in P$, и эти три возможности взаимно исключают друг друга.
2. Если $x, y \in P$, то $x + y \in P$ и $xy \in P$.

По определению $x < y$ (или $y > x$) означает, что $x - y \in P$.

- Докажите, что если $x \in P$ и $-y \in P$, то $-xy \in P$ (то есть произведение положительного и отрицательного чисел отрицательно).
- Докажите, что произведение двух отрицательных чисел положительно.
- Докажите, что если $a > b$ и $c < 0$, то $ac < bc$.
- Попробуйте установить остальные стандартные свойства неравенств, в частности, если $a > b$ и $a, b > 0$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.
- Как доказывать стандартные свойства нестрогих неравенств?

Мини-исследования к главе

Мини-исследование 15

Когда x_n — последовательность десятичных приближений числа π с недостатком, то последовательность 2^{x_n} возрастает, ограничена и имеет предел, который мы обозначили как 2^{π}. Отметим, что если x'_n — последовательность десятичных приближений числа π с избытком, то последовательность $2^{x'_n}$ убывает и ограничена, а поэтому также имеет предел. Показать, что этот предел также равен 2^{π}.

Мини-исследование 16

Показательные функции могут быть как возрастающими, так и убывающими. Предлагается исследовать показательные функции на выпуклость.

(В результате исследования должно получиться, что каждая показательная функция выпукла вниз.)

Мини-исследование 17

Рассматривая натуральные числа m и n и их разложения на простые множители, выяснить, при каких условиях число $\log_n m$ является рациональным, а при каких — иррациональным.

Мини-исследования к главе

Мини-исследование 37

В пункте 2.5 рассмотрен сокращённый способ решения неравенства $\log_{h(x)} f(x) > \log_{h(x)} g(x)$ и показано, что в области определения исходного неравенства оно равносильно неравенству $(h(x) - 1)(f(x) - g(x)) > 0$.

Найдите сокращённый способ решения нестрогого неравенства вида $\log_{h(x)} f(x) \geq \log_{h(x)} g(x)$.

ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА

Особенности УМК «Математика» для 5-9 и 10-11 классов

- Индуктивный подход к изучению материала

→ Знание предмета на уровне понимания, а не на уровне репродукции

- Интегрированное изучение математики

→ Использование математических знаний в других предметных областях и в повседневной жизни

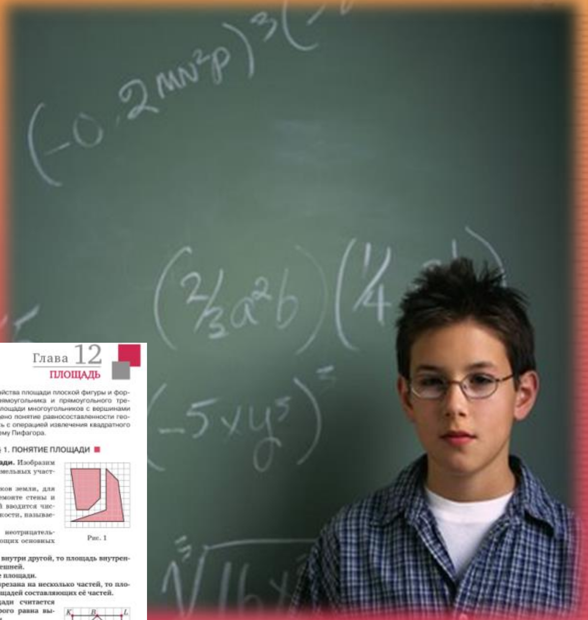
- Учебный материал урока делится на три уровня (с 5 по 11 класс)

→ Выстраивание индивидуальных образовательных траекторий обучения

ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА

Особенности УМК «Математика» для 5-9 и 10-11 классов

Многоуровневый материал

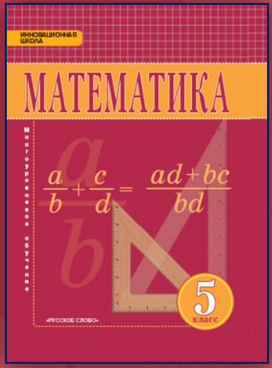


- ***Первый уровень*** (общегуманитарный – овладение общими сведениями, умениями и навыками) – минимум знаний, который необходим каждому культурному человеку;


Глава 12
ПЛОЩАДЬ
§ 1. ПОНЯТИЕ ПЛОЩАДИ

- ***Второй уровень*** (технологический – углубление первого) - умения и навыки, которые позволят успешно продолжить обучение в старшей школе и ВУЗе;


Задачи и упражнения



- ***Третий уровень*** (специализированный – глубокое изучение математики, профессиональный интерес, сознательное овладение логикой рассуждений).

Основные направления реализации Концепции развития математического образования в РФ

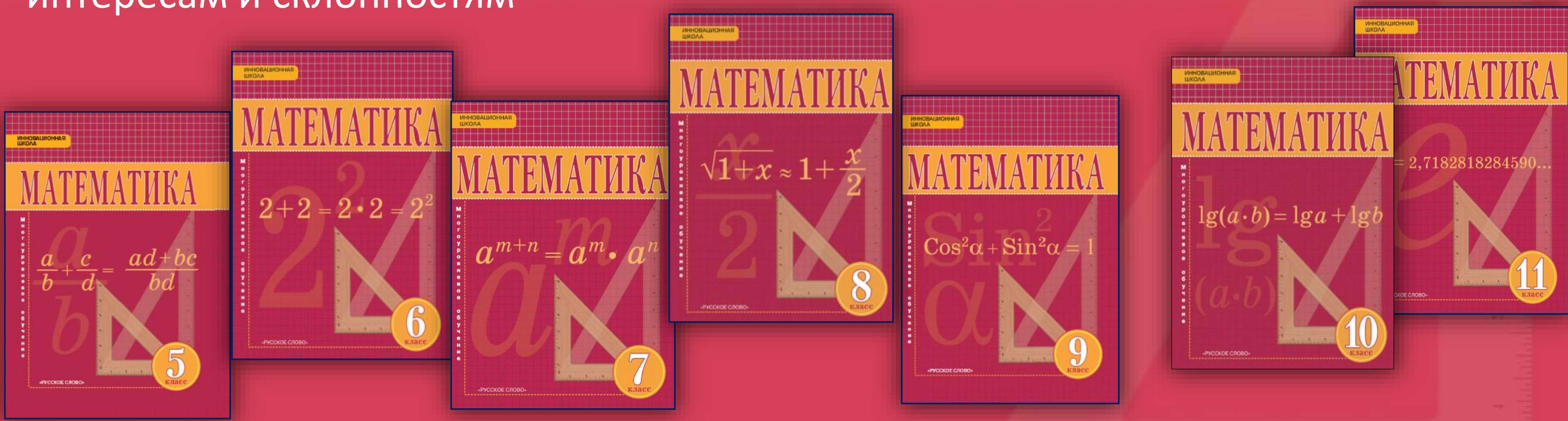
Особенности УМК «Математика» для 5-9 и 10-11 классов

ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА

Интегрированный, многоуровневый характер содержания

Обеспечивается фундаментальность математического образования:

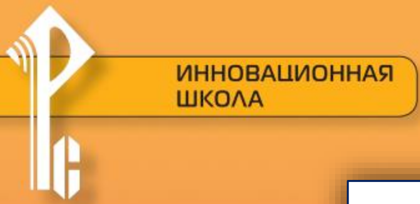
- представление о математике как науке, её основных понятиях, методах;
- осуществление профильной подготовки учащихся, их дифференциация по интересам и склонностям



Основные направления реализации Концепции развития математического образования в РФ

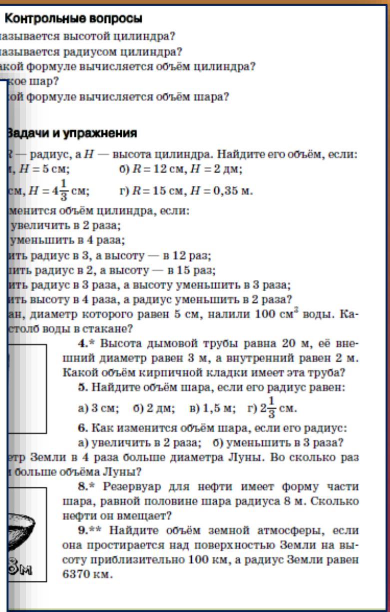
Особенности УМК «Математика» для 5-9 и 10-11 классов

ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА



■ Контрольные вопросы

1. Что называется высотой цилиндра?
2. Что называется радиусом цилиндра?
3. По какой формуле вычисляется объём цилиндра?



§ 3. Объёмы цилиндра и шара ■

3.3.*: Задача о колодце. На участке земли нужно было выкопать яму под колодец в форме цилиндра глубиной 5 м и радиусом 75 см. Сколько лишней земли выкопал хозяин, если он копал яму радиусом 80 см?

Измеряя длины в м, получим нужный объём
$V = \pi \cdot (0{,}75)^2 \cdot 5$ м^3.

А объём выкопанного цилиндра равен
$W = \pi \cdot (0{,}8)^2 \cdot 5$ м^3.

Разница D в объёмах равна $W - V$ или
$D = \pi \cdot (0{,}8)^2 \cdot 5 - \pi \cdot (0{,}75)^2 \cdot 5 = 5 \cdot \pi \cdot ((0{,}8)^2 - (0{,}75)^2)$ (м^3).

Подставив вместо числа π число 3.1415, получим 1,21733125 м^3. То есть хозяин выкопал дополнительно более 1,2 м^3 земли.

Вопрос. На сколько больше земли придется выкопать хозяину, если он увеличит радиус на 5 см, копая яму глубиной 5 м и радиусом 2 м?

3.4.* Шар и объём шара. Глядя на мяч можно получить представление о *сфере*. Все точки сферы удалены на одно и то же расстояние от ее *центра*. Это расстояние называют *радиусом* сферы.

Сфера ограничивает область, то есть все те точки пространства, которые находятся внутри сферы. Объединив сферу и эту область, получаем шар того же радиуса и с тем же центром, что и сфера.

Вычисление объёма шара производится по формуле:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3,$$

где R — радиус шара, V — объём шара.

Пример 2. Найдём, сколько литров воздуха вмещает воздушный шарик с радиусом $R = 20$ см.

Подставим значение R в формулу объёма шара:

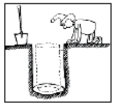
$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 20^3 \approx \frac{4}{3} \cdot 3{,}1415 \cdot 20^3 \text{ (см}^3\text{)}.$$

С помощью калькулятора получим значение 33509,3333 см^3. С недостатком можно взять 33509 см^3.

Зная, что 1 л = 1000 см^3, получим 33,509 л, что с недостатком равно 33,5 л. Оказывается, что такой воздушный шарик содержит около 10 трёхлитровых банок воздуха!

Вопрос. Сколько литров воздуха будет содержать шарик, если увеличить его радиус на 1 см?

- подготовка к самообразованию;
- интеграция с другими предметами: физика, химия, литература, русский язык, география, биология, история;



§ 3. Масштаб ■

Надпись на карте «масштаб 1 : 100» означает, что отрезком в 1 см на бумаге изображён отрезок в 100 см, или по-другому, что вместо отрезка в 1 м на бумаге изображается отрезок в 0,01 м.

Вопрос. Какой масштаб можно выбрать, чтобы изобразить в тетради квадратный участок площадью в 1 га?

3.2. Масштаб географической карты. Знакомое вам применение масштаба — географические карты. Используя карту, удаётся сравнивать и вычислять расстояния между городами, длины различных рек, величины озёр, морей.

Масштаб позволяет представить даже кругосветное путешествие, не отправляясь в дорогу. Достаточно вспомнить одно из своих дальних путешествий, найти его на карте и сравнить с длиной экватора. И если длина экватора окажется раз в двадцать или в сто длиннее, то вы сразу поймёте, чего стоили кругосветные путешествия в старые времена.

Вопрос. Нужна ли на практике карта земной поверхности с масштабом 1 : 1 000 000 000?

3.3. Примеры применения масштаба. Применяется масштаб и в строительстве. Будущий дом проектируют, делают черновые наброски, производят расчёты, выбирают масштаб и затем готовят рабочие чертежи, которые позволяют сделать стены, двери, окна в точности такими, какие они нужны.

Применяется масштаб и при изображении невидимого нам мира. Клетки растений и животных неразличимы невооружённым глазом. Но их можно увидеть в микроскоп и нарисовать многократно увеличенными в некотором масштабе.

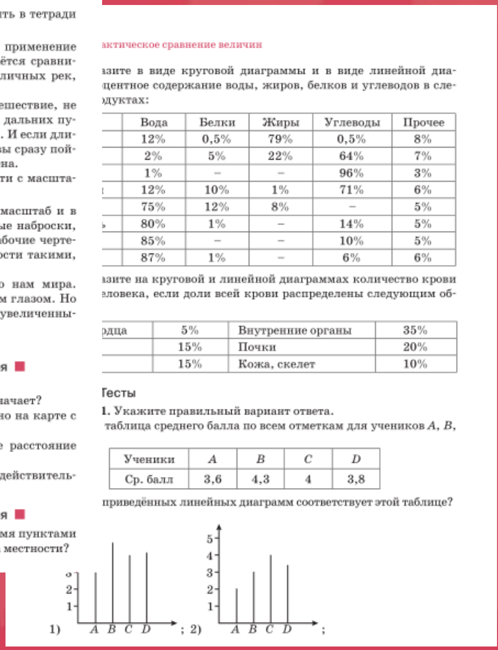
Вопрос. Где вы встречались с применением масштаба?

Контрольные вопросы и задания ■

1. Что такое масштаб?
2. Каким соотношением указывают масштаб и что оно означает?
3.* Как найти расстояние на местности, если оно известно на карте с данным масштабом?
4.* Как найти масштаб карты, если известно реальное расстояние между двумя изображёнными на ней пунктами?
5.* Увеличенным или уменьшенным по отношению к действительности будет изображение предмета в масштабе 2 : 1?

Задачи и упражнения ■

1. На карте с масштабом 1 : 100 000 расстояние между двумя пунктами равно 8 см. Чему равно расстояние между этими пунктами на местности?

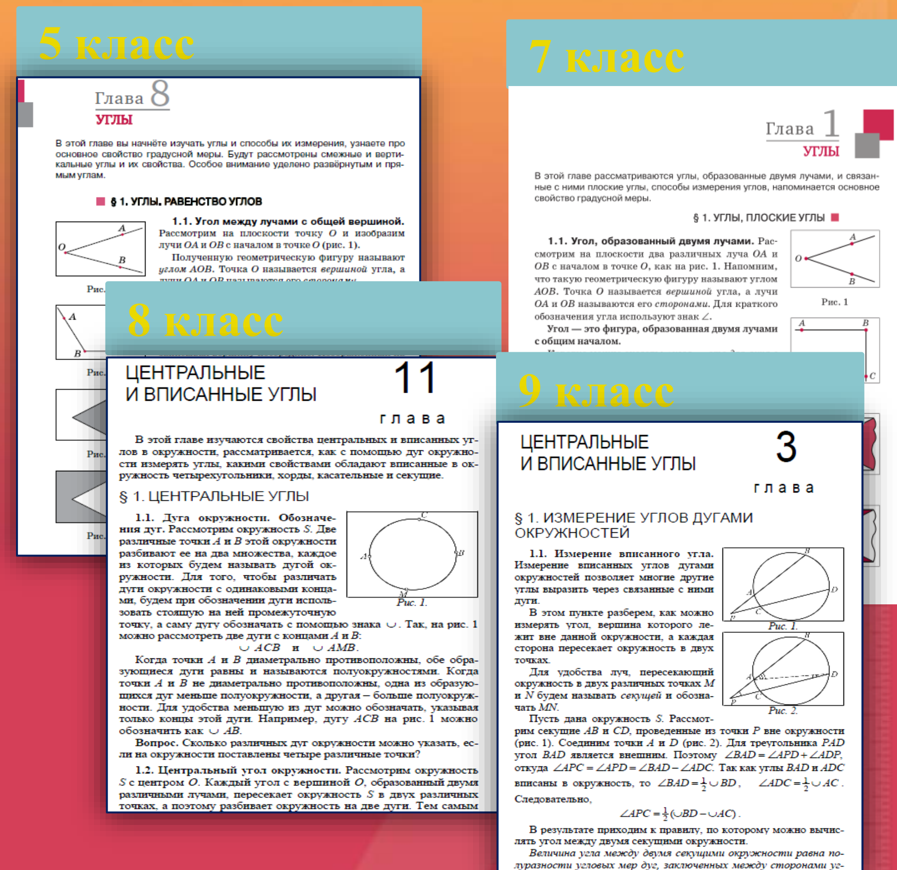


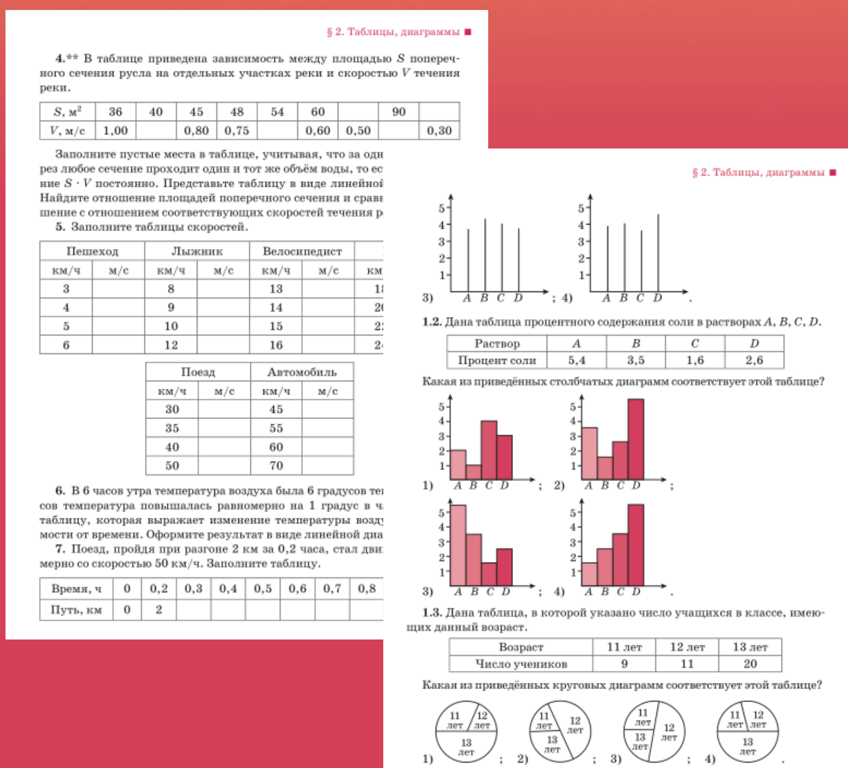
- личностно-ориентированное, развивающее обучение;
- развитие мотивации к обучению через познавательные тексты практической направленности

Особенности УМК «Математика» для 5-9 и 10-11 классов

ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА

- компетентностные задания;
- задания формата ОГЭ и ЕГЭ;
- олимпиадные задания;





- последовательное повторение учебного материала через достаточно большие промежутки времени, но на более высоком уровне

ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА

Особенности методического аппарата

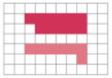


Рис. 2

Это показано на рис. 3.

На рис. 4 изображён квадрат $ABCD$, разбитый отрезками AC и BD на четыре треугольника — AOB, BOC, COD и AOD.

Вырежем квадрат $ABCD$ и разрежем его вдоль отрезков AC и BD на четыре треугольника.

Получившиеся четыре треугольника можно совместить, накладывая их друг на друга. Это означает, что треугольники AOB, BOC, COD и AOD одинаковые.

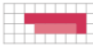


Рис. 3

Вопрос. Как показать, что на клетчатой бумаге любые две клеточки с одинаковыми сторонами равны?

3.2. Равенство фигур на плоскости. Рассмотрим треугольники ABC и BCD на рис. 4. Проверить то, что они одинаковы, не удаётся, если пытаться разрезать квадрат $ABCD$. Однако проверить это можно так: сделаем прозрачную копию треугольника BCD (рис. 5).

Точкам B, C, D, O на рис. 4 будут соответствовать точки B', C', D', O' на рис. 5.

Попробуем переместить копию так, чтобы изображённый на ней треугольник $B'C'D'$ совместился с треугольником ABC на основном чертеже. В данном случае это перемещение удаётся сделать двумя способами.

Первый способ. Повернём копию чертежа вокруг точки O' и наложим на основной чертеж, как это сделано на рис. 6. При этом точка A совпадёт с точкой B', точка B совпадёт с точкой C', точка C совпадёт с точкой D'. Увидим, что треугольник $B'C'D'$ на копии полностью совместится с треугольником ABC на основном чертеже.

Второй способ. Перевернём копию обратной стороной и снова наложим на основной чертеж, как это сделано на рис. 7. При этом точка

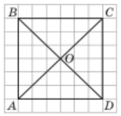


Рис. 4

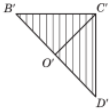


Рис. 5

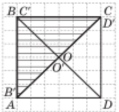


Рис. 6

A совместится с точкой D', точка B совместится с точкой C', точка C совместится с точкой B'.

Оба перемещения приводят к тому, что треугольник ABC совмещается с копией треугольника BCD.

На основе сделанных наблюдений определим понятие равенства фигур на плоскости.

Две фигуры на плоскости называются равными, если существует перемещение, при котором копия одной фигуры полностью совмещается с другой фигурой.

Равенство фигур обладает наглядными свойствами, которые используются далее при изучении геометрии:

1) каждая фигура равна самой себе;

2) если каждая из двух фигур равна третьей, то эти две фигуры равны между собой.

Вопрос. На рис. 8 изображён прямоугольник $ABCD$. Как проверить, что треугольники ABC и BCD равны?

3.3. О равноправии фигур при проверке равенства.** По определению для проверки равенства двух фигур достаточно совместить копию первой фигуры со второй фигурой. Предположим, что они совпали. Спрашивается, что произойдёт, если поменять фигуры ролями и попытаться совместить копию второй фигуры с первой? Вдруг они не совпадут, какими тогда считать эти фигуры — равными или нет?

Разумеется, такого не может быть. Если копия первой фигуры совмещается со второй, то и копия второй фигуры обязательно совместится с первой. Поясним это на примере.

Пусть фигура A на рис. 9 равна фигуре B.

Это означает, что изображённую на рис. 10 копию A' фигуры A можно совместить с фигурой B, как это показано на рис. 11.

Так как фигуры A' и B совпали, то фигуру A' можно считать копией не только фигуры A, но и фигуры B. Совместим эту копию фигуры B снова с A, заключаем, что фигура B равна фигуре A.

Вопрос. Как можно пояснить второе свойство равенства фигур из пункта 3.2?

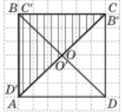


Рис. 7

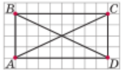


Рис. 8

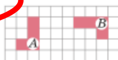


Рис. 9

Рис. 10

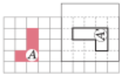


Рис. 11

Рис. 12

Рис. 13

3.4.* Головоломка Самуэля Лойда. В конце девятнадцатого века изобретатель Самуэль Лойд придумал головоломку (рис. 12) с прорезью по окружности, чтобы внутренний круг мог вращаться.

При повороте, как показано на рис. 13, создаётся ощущение, что один из охотников исчез «без следа». Можете проверить: охотников стало меньше. Причина загадочного «исчезновения» в том, что перемещались не все фигуры, а лишь некоторые их части. В результате получились новые фигуры, не равные тем, которые были до поворота.

Вопрос. Какой из охотников, по вашему мнению, исчез на рис. 13 после поворота?

3.5. Равенство точек. Точку считают простейшей фигурой на плоскости. Маленький след карандаша, ручки или мела мы считаем изображением точки. Добавим к этому следующее свойство:

любые две точки равны как геометрические фигуры.

Данное правило означает, что, используя для наглядности чертежи и рисунки, мы не будем различать в рассуждениях жирно изображённую точку и совсем маленький, едва заметный след.

Вопрос. Сколько способов перемещения копии точки A в точку B вы знаете?

■ Контрольные вопросы и задания

1. В каком случае две фигуры на плоскости считаются равными?
2. Какие примеры равенства геометрических фигур вы знаете?
3. Как можно убедиться, что две фигуры равны, имея копировальную бумагу и ножницы?
4. Как проверить, равны ли два квадрата?
5. Перечислите свойства равенства фигур.
6. Что вы знаете о равенстве точек?

Вопросы к каждому пункту в тексте параграфа

■ Контрольные вопросы и задания

1. Какие предметы, похожие на прямоугольный параллелепипед, вы знаете?
2. Что такое измерения прямоугольного параллелепипеда?
3. Как вычислить площадь грани прямоугольного параллелепипеда?
4. По какой формуле вычисляется объём прямоугольного параллелепипеда?
5. По какой формуле вычисляется объём куба?
6. Какие единицы измерения объёмов вы знаете?
7. Что такое $\sqrt[3]{a}$ для числа a?

Контрольные вопросы

Задачи и упражнения ■

1. Нарисуйте отрезок. Изобразите три равных ему отрезка.
2. Нарисуйте квадрат на клетчатой бумаге. Изобразите два равных ему квадрата.
3. Нарисуйте окружность. Изобразите пять равных ей окружностей.
4. Нарисуйте треугольник с вершинами в узлах клетчатой бумаги. Затем нарисуйте ещё один равный ему треугольник.
5. Нарисуйте два равных ромба.
6. Рассмотрим на клетчатой бумаге сетку из квадратов в четыре клеточки, как на рис. 14. Сколько квадратов можно нарисовать на новой сетке на рис. 14 в пределах этого рисунка?
7. Нарисуйте квадрат. Разделите его на четыре равных квадрата.
8. Нарисуйте квадрат. Разделите его на четыре равных треугольника.
9.** Нарисуйте квадрат. Разделите его на пять равных частей.

Задачи и упражнения

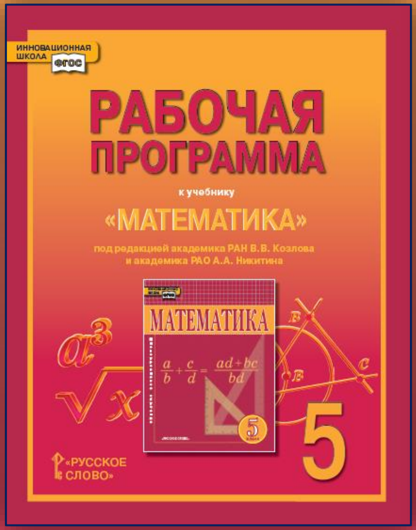
ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА

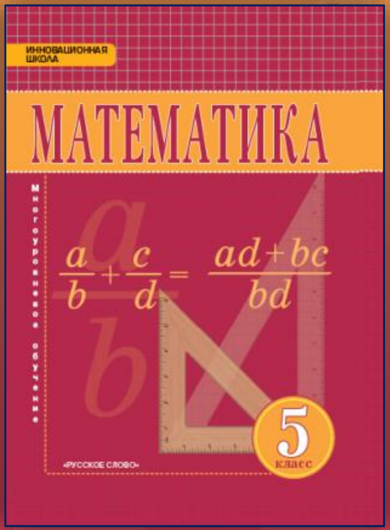
Состав УМК

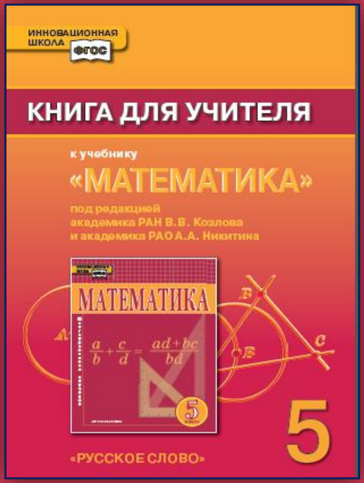
- Учебник

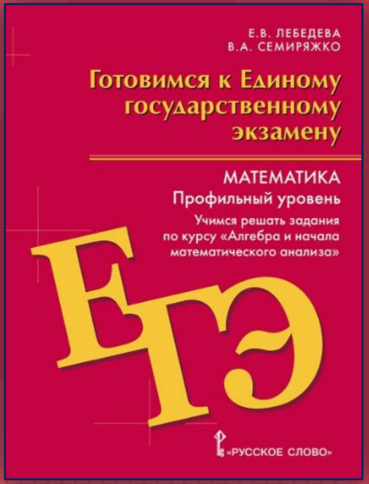
в печатной и электронной формах;

- Программа курса;
- Рабочая программа;
- Книга для учителя;
- Рабочие тетради;
- Текущий и итоговый контроль





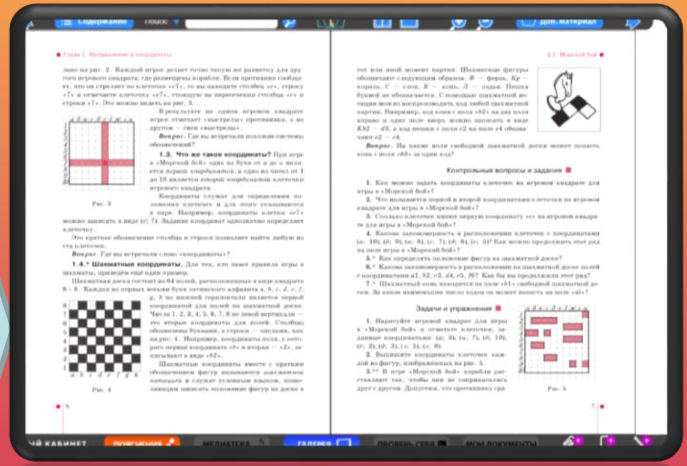




ИННОВАЦИОННАЯ ШКОЛА

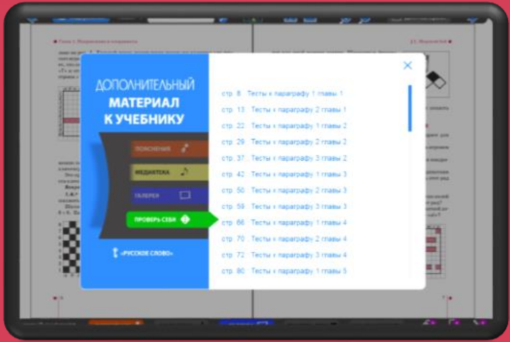
Электронная форма учебника

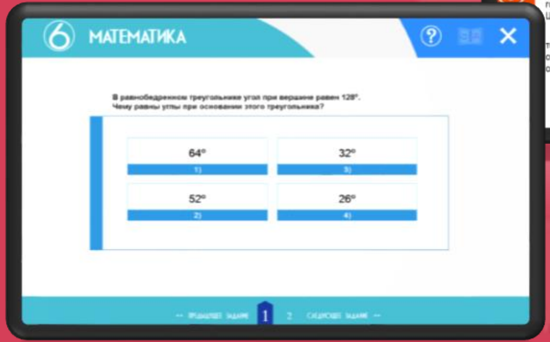
Содержание печатного учебника



Дополнительная информация

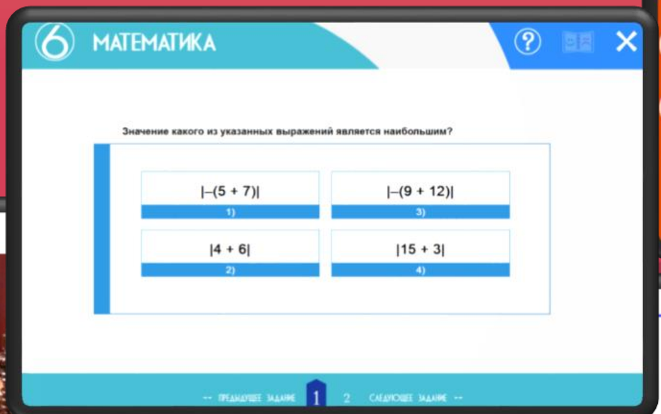
Тренажёры и контрольные задания

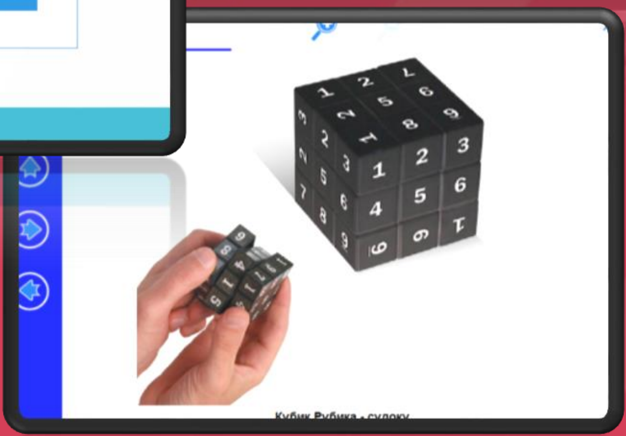




Электронная форма учебника

- **содержит педагогически целесообразное** количество мультимедийных элементов для усвоения материала учебника:
  - ✓ галереи изображений (иллюстрации);
  - ✓ объекты динамического визуального ряда (анимационные и видеоролики, аудиофрагменты);
  - ✓ тесты, тренажёры;
  - ✓ презентации;
- содержит средства контроля и самоконтроля ;
- предусматривает создание закладок и заметок.





ИЗДАТЕЛЬСТВО «РУССКОЕ СЛОВО»

ИЗДАТЕЛЬСТВО «РУССКОЕ СЛОВО»
125009, Москва, ул. Тверская, д. 9, стр. 5
Тел./факс: (495) 969-2454 (многоканальный)
E-mail: russlo@mail.ru

КОММЕРЧЕСКИЙ ОТДЕЛ
125009, Москва, ул. Тверская, д. 9, стр. 5
Тел./факс: (499) 689-0165 (многоканальный)
E-mail: info@russlo.ru

ОТДЕЛ РЕАЛИЗАЦИИ
125009, Москва, ул. Тверская, д. 9, стр. 7
Тел./факс: (499) 689-0265 (многоканальный)
E-mail: rus.slovo@gmail.com

РУССКОЕ-СЛОВО.РФ